

Codage distribué dans des réseaux de capteurs avec connaissance incertaine des corrélations

Elsa DUPRAZ¹, Aline ROUMY², Michel KIEFFER^{1,3,4}

¹L2S - CNRS - SUPELEC - Univ Paris-Sud, 3 rue Joliot Curie, 91190 Gif-sur-Yvette, France

²INRIA, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes, France

³À temps partiel au LTCI – CNRS Télécom ParisTech, 75013 Paris, France

⁴Institut universitaire de France

elsa.dupraz@lss.supelec.fr, aline.roumy@inria.fr, michel.kieffer@lss.supelec.fr

Résumé – Cet article aborde le problème de la compression de données sans perte dans un réseau de capteurs. Les schémas classiques de compression dans les réseaux de capteurs supposent que les corrélations entre les mesures prélevées par les capteurs sont parfaitement connues. Ici, nous prenons en compte une possible incertitude sur ces corrélations et modélisons cette incertitude par un paramètre θ inconnu à valeurs dans un ensemble connu.

Nous comparons plusieurs stratégies de codage : 1) codage conjoint, où une coopération entre capteurs est autorisée 2) codage séparé, où la corrélation entre les sources est prise en compte, sans coopération entre capteurs, mais en tenant compte des incertitudes sur les corrélations 3) sans coopération entre capteurs mais avec une séquence d'apprentissage pour que le récepteur estime la corrélation entre les capteurs. Les coûts de codage sont évalués analytiquement pour chaque stratégie en fonction des coûts de transmission entre les nœuds du réseau.

Abstract – This paper considers the problem of lossless compression in a network of sensors. Classical compression schemes in sensor networks assume that the correlations between measurements obtained by the sensors are perfectly known. Here, we propose a coding scheme able to take into account the uncertainty in the correlation levels. This uncertainty is modeled by some unknown parameter θ , taking its values in a given set.

Several coding strategies are compared. 1) Joint coding, where cooperation between sensors is allowed 2) Separate coding, where the correlation between sources is taken into account, without cooperation between sensors, but taking into account the correlation uncertainties. 3) Without cooperation between sensors but with a learning sequence for the receiver to estimate the correlation level between sensors. The coding costs are evaluated analytically for each strategy, with respect to the communication costs between the nodes of the network.

1 Introduction

On considère un ensemble de capteurs connectés dans un réseau, qui observent un même phénomène et qui doivent transmettre leurs mesures à un point de collecte. Comme les capteurs observent le même phénomène, leurs mesures respectives sont en principe corrélées. On souhaite exploiter cette corrélation pour compresser efficacement les informations provenant des capteurs, dans le but de diminuer la quantité d'informations à transmettre sur le réseau [12].

Dans le cas où la distribution de probabilité jointe entre les sources est parfaitement connue, un résultat théorique [9] nous indique que le débit nécessaire au codage séparé des sources (en exploitant malgré tout la corrélation) est le même que le débit nécessaire au codage conjoint de ces mêmes sources. Dans [9], le codage conjoint signifie que toutes les sources sont disponibles en un même emplacement et traitées par le même codeur. Pour les réseaux de capteurs, on choisit donc en général une stratégie de codage séparé, puisque cela évite aux capteurs d'avoir à s'échanger leurs informations respectives. Partant de ce

principe, des solutions pratiques de codage séparé ont été proposées [1, 8, 11], ainsi que des solutions de codage conjoint [2], qui sont parfois plus simples à mettre en œuvre.

Malheureusement, en pratique, la distribution jointe est souvent difficile à caractériser avec précision [3], puisqu'elle peut dépendre de grandeurs incertaines : position relative des capteurs, variations de l'environnement, etc. Or, dans le cas où la distribution jointe n'est pas bien déterminée, le résultat théorique de [9] ne tient pas, et le codage séparé donne un débit plus élevé [5]. Pour choisir l'une ou l'autre des solutions, il faut donc évaluer et comparer les coûts de transmission dans les deux cas, en prenant en compte le débit plus élevé pour le codage séparé, et l'échange d'informations entre capteurs pour le codage conjoint.

Cet article considère un réseau à trois nœuds : deux capteurs \mathcal{X} , \mathcal{Y} et un point de collecte \mathcal{S} . On suppose que la distribution jointe $P(X, Y)$ entre les sources est paramétrée par un vecteur θ , inconnu. Les éléments du réseau peuvent communiquer entre eux par des liens de communication associés à des coûts de transmission fixés. Pour ce problème, on veut déterminer quelle

stratégie de codage employer de manière à minimiser le coût total de transmission sur le réseau. Une solution serait de transmettre des informations partielles dans le réseau, par exemple sous forme de séquences d'apprentissage, pour permettre aux différents éléments d'estimer θ .

Après une formalisation du problème (Partie 2) et un rappel sur les débits théoriques de codage conjoint et de codage séparé (Partie 3), nous proposerons une méthode de comparaison des deux stratégies, qui passe par l'évaluation de leurs coûts respectifs en débit (Partie 4). Ensuite, nous nous intéresserons à la stratégie d'estimation de θ , en évaluant, de même, son coût en débit (Partie 5).

2 Modèle de sources et de réseau

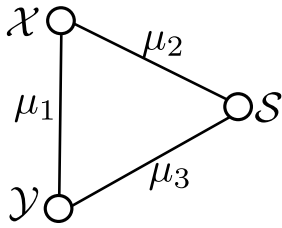


FIGURE 1 – Modèle de réseau

Les capteurs \mathcal{X} et \mathcal{Y} sont associés à des sources discrètes X et Y qui génèrent des suites de symboles $\{(X_n, Y_n)\}_{n=1}^{+\infty}$ indépendants et identiquement distribués. La loi jointe est paramétrée par un vecteur θ avec $P(X, Y|\theta) = P(X)P(Y|X, \theta)$. Le vecteur θ est inconnu mais fixé pour une suite de symboles $\{(X_n, Y_n)\}_{n=1}^{+\infty}$ et peut varier de suite en suite. Il appartient à un ensemble \mathcal{P}_θ connu. En revanche, aucune distribution de probabilité *a priori* n'est disponible pour θ . Le point de collecte S doit reconstruire $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ et $\{Y_n\}_{n=1}^{+\infty}$ sans perte.

\mathcal{X} , \mathcal{Y} et S peuvent communiquer entre eux selon le schéma de communication représenté sur la figure 1. Les arêtes représentent les liens de communication entre les nœuds et des poids μ_1, μ_2, μ_3 leurs sont associées. Le coût de transmission à un débit R sur le lien i est donné par $\mu_i R$. La détermination des μ_i résulte des problèmes de codage canal associés au réseau, nous ne les analysons pas ici. En revanche, nous nous intéressons au problème de codage des sources et évaluons le coût des transmissions point-à-point pour des μ_i fixés. En ce sens, les coûts de transmission sont additifs, c'est-à-dire que le coût de transmission d'un débit R à la fois sur les liens i et j est donné par $R(\mu_i + \mu_j)$. Une analyse similaire pourrait être effectuée dans une situation multicast. Le coût de transmission de R sur i et j serait alors donné par $R \max(\mu_i, \mu_j)$.

3 Performances dans le cas asymétrique

Pour le codage séparé comme pour le codage conjoint, on va s'intéresser uniquement à des solutions de codage asymétrique. On transmet d'abord Y complètement, puis on effectue la com-



FIGURE 2 – Codage conditionnel



FIGURE 3 – Codage de Slepian-Wolf

pression de X en sachant que Y est directement disponible comme information adjacente, ou inversement. Ces stratégies correspondent à des sommets de la région des débits atteignables pour le codage séparé [9]. Ce sont en effet les seules qui peuvent être optimales pour ce modèle de réseau, selon [1]. Dans cette partie, nous donnons les débits minimums atteignables au sens de la théorie de l'information, pour trois situations où il s'agit de coder X avec Y comme information adjacente. La première situation correspond au codage conjoint, ou conditionnel (voir la figure 2), la deuxième situation correspond au codage séparé, ou codage de Slepian-Wolf (voir la figure 3). On donne également le débit pour le codage séparé, dans le cas où le décodeur a en plus accès à une estimée $\hat{\theta}$ de θ . Tous les résultats fournis dans cette section proviennent de [5].

Dans le cas de codage conditionnel, le débit minimum par symbole pour reconstruire X sans perte au décodeur (c'est-à-dire avec une probabilité d'erreur qui tend vers 0 lorsque le nombre de symboles à coder tend vers l'infini) dépend du paramètre inconnu θ . On a

$$R_{X|Y}^c(\theta) = H(X|Y, \theta). \quad (1)$$

Cette expression, et plus particulièrement la dépendance en θ , se justifie par le fait que le codeur observe à la fois les sources X et Y . Il est donc capable d'estimer θ et de le transmettre au décodeur. Comme le débit par symbole $R_{X|Y}^c(\theta)$ est un débit asymptotique, le débit de transmission de θ devient négligeable devant le débit nécessaire à la transmission des symboles de source. Le débit (1) correspond à un débit pour un code à longueur variable [6].

Dans le cas où Y est disponible uniquement au décodeur, le débit minimum atteignable ne dépend pas de θ . On a

$$R_{X|Y}^{SW} = \sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(X|Y, \theta). \quad (2)$$

Ici, le débit minimum atteignable correspond malheureusement au pire des cas possibles pour θ , quel que soit la valeur du vrai paramètre. Ceci s'explique par le fait que le codeur n'a pas accès à Y , et n'a donc aucun moyen d'adapter le débit à θ .

D'après (1) et (2), la stratégie de codage séparé induit un débit plus important, et la différence de débit entre les deux stratégies varie avec θ . En revanche, si l'on revient à notre

réseau à 3 nœuds, l'inconvénient du codage conjoint est que le capteur \mathcal{Y} doit transmettre préalablement ses informations au capteur \mathcal{X} (ou inversement, suivant le cas considéré). Cette transmission préalable a un coût, qui doit être pris en compte dans l'évaluation du débit total.

Enfin, dans le cas où le décodeur a accès à la fois à Y et à une estimée $\hat{\theta}$ de θ , le débit minimum atteignable est donné par $R_{X|Y}^{\text{SW},e} = R_{X|Y}^{\text{SW}}$. La connaissance d'une estimée $\hat{\theta}$ au décodeur ne permet pas de diminuer le débit. En revanche, cette connaissance peut faciliter l'opération de décodage, par exemple en diminuant sa complexité. Dans la partie 5, nous intégrons donc le gain lié à cette connaissance dans l'évaluation du coût de la stratégie, pour déterminer s'il peut être intéressant d'envoyer une séquence d'apprentissage au décodeur pour lui permettre d'estimer θ .

4 Codage conjoint ou codage séparé

Nous proposons ici une analyse asymptotique, c'est-à-dire que l'on considère le codage des suites de symboles $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ et $\{Y_n\}_{n=1}^{+\infty}$. Quel que soit le type de codage considéré, nous supposons que le débit moyen par symbole est donné par le débit moyen minimum atteignable au sens de la théorie de l'information. Même si on ne dispose pas toujours de solutions pratiques permettant d'atteindre ces débits, ils nous permettent de comparer deux stratégies de codage conjoint et deux stratégies de codage séparé.

Dans la première stratégie de codage *conjoint*, \mathcal{X} transmet $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ à \mathcal{Y} et à \mathcal{S} à un débit par symbole $H(X)$; \mathcal{Y} transmet $\{Y_n\}_{n=1}^{+\infty}$ à \mathcal{S} en utilisant $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ comme information adjacente disponible à la fois au codeur et au décodeur. Avec la deuxième stratégie de codage conjoint, les rôles de X et Y sont simplement inversés. On note $m_c^{(X)}(\theta)$ et $m_c^{(Y)}(\theta)$ les coûts moyens par symbole correspondant respectivement aux deux stratégies pour un θ donné.

Dans la première stratégie de codage *séparé*, \mathcal{X} transmet $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ uniquement à \mathcal{S} ; \mathcal{Y} transmet $\{Y_n\}_{n=1}^{+\infty}$ à \mathcal{S} en utilisant $\{X_n\}_{n=1}^{+\infty}$ comme information adjacente disponible seulement au décodeur. Dans la deuxième stratégie de codage séparé, les rôles de X et Y sont à nouveau inversés. D'après [1], si $\mu_3 \geq \mu_2$, la première stratégie de codage séparé donne toujours un coût plus faible que la deuxième. On considère donc ici le cas $\mu_3 \geq \mu_2$ et on note $m_s^{(X)}(\theta)$ le coût moyen par symbole associé à la première stratégie. L'analyse s'adapte directement si l'inégalité est inversée.

On a alors

$$m_c^{(X)}(\theta) = (\mu_1 + \mu_2)H(X) + \mu_3 H(Y|X, \theta) \quad (3)$$

$$m_c^{(Y)}(\theta) = (\mu_1 + \mu_3)H(Y|\theta) + \mu_2 H(X|Y, \theta) \quad (4)$$

$$m_s^{(X)}(\theta) = \mu_2 H(X) + \mu_3 \sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(Y|X, \theta). \quad (5)$$

Une stratégie est optimale si le sous-ensemble de paramètres θ pour lesquels le coût de transmission est minimal (parmi toutes les stratégies) est de mesure maximale. Pour déterminer la stratégie optimale, nous les comparons deux à deux. Pour

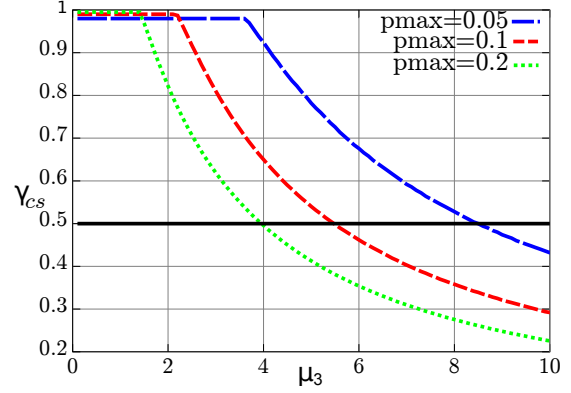


FIGURE 4 – Exemple pour des sources binaires. X est distribué uniformément, le canal de corrélation est un canal binaire symétrique de probabilité de transition p inconnu, $p \in [0, p_{\max}]$. On fixe $\mu_1 = \mu_2 = 1$. On trace γ_{cs} en fonction de μ_3 pour comparer les stratégies codage séparé et codage conjoint quand X est l'information adjacente. Tant que $\gamma_{cs} > 0.5$, la stratégie codage séparé est conservée.

comparer les deux stratégies de codage conjoint, considérons la différence de coût

$$\Delta_c(\theta) = m_c^{(X)}(\theta) - m_c^{(Y)}(\theta). \quad (6)$$

Soit \mathcal{P}_θ^c l'ensemble des θ pour lesquels $\Delta_c(\theta) \geq 0$ et soit

$$\gamma_c = 1 - \frac{\int_{\mathcal{P}_\theta^c} d\theta}{\int_{\mathcal{P}_\theta} d\theta} \quad (7)$$

la mesure associée à \mathcal{P}_θ^c . On conserve la stratégie où Y est information adjacente si $\gamma_c > 0.5$, on conserve l'autre stratégie sinon. Ensuite, on compare la stratégie conservée à la stratégie de codage séparé. Par exemple, si $\gamma_c > 0.5$, on calcule

$$\Delta_{cs}(\theta) = m_c^{(Y)}(\theta) - m_s^{(X)}(\theta) \quad (8)$$

on définit \mathcal{P}_θ^{cs} comme l'ensemble des θ tels que $\Delta_{cs}(\theta) \geq 0$ et on note γ_{cs} la mesure associée. On choisit l'une ou l'autre des stratégies en conséquence. On observe par exemple que lorsque le rapport $\mu_1/\mu_3 \ll 1$ ou $\mu_1/\mu_2 \ll 1$, la meilleure stratégie est systématiquement le codage conjoint. Pour un exemple dans le cas binaire, voir la figure 4.

5 Estimation de paramètres

Nous avons montré dans [4] que la connaissance d'une estimée $\hat{\theta}$ de θ au décodeur pouvait réduire le temps de décodage et améliorer sa précision, à condition que l'estimation soit suffisamment précise. Nous étudions donc l'intérêt pour les sources de transmettre au préalable des séquences d'apprentissage, pour permettre au décodeur d'estimer θ . Il s'agit ici de caractériser l'augmentation de débit qui serait due au choix d'une stratégie avec séquence d'apprentissage. Dans cette partie, nous supposons que la stratégie optimale est la solution séparée, *i.e.*, μ_1 est grand devant μ_2 et μ_3 . De plus, nous considérons le codage de séquences $\{X_n\}_{n=1}^N$ et $\{Y_n\}_{n=1}^N$ de longueurs finies

N . Sans perte de généralité, nous supposons que $\mu_3 \geq \mu_2$ ce qui revient à considérer X comme l'information adjacente. L'-analyse est la même dans l'autre cas.

Soit $\{u_N\}_{N \in \mathbb{N}}$ une suite d'entiers tels que $\lim_{N \rightarrow \infty} u_N = +\infty$ et $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{u_N}{N} = 0$. On étudie deux stratégies possibles. Pour la stratégie *avec* séquence d'apprentissage, \mathcal{X} transmet $\{X_n\}_{n=1}^N$ à \mathcal{S} à un débit $H(X)$; \mathcal{Y} transmet une séquence d'apprentissage $\{Y_n\}_{n=1}^{u_N}$ de longueur u_N à \mathcal{S} à un débit $H(Y)$ puis transmet les $\{Y_n\}_{n=u_N+1}^N$ restants en utilisant $\{X_n\}_{n=u_N+1}^N$ comme information adjacente présente uniquement au décodeur. Pour cette stratégie, on impose une condition $E \left[(\hat{\theta} - \theta)^2 \right] \leq \varepsilon_N$, où ε_N est une constante déterminée en fonction de la qualité requise par le décodeur. Cela revient à faire l'hypothèse que, pour être efficace, le décodeur a besoin d'une estimée suffisamment précise du paramètre. Cette contrainte peut être reliée facilement à u_N , et donc au coût de cette stratégie, grâce à la connaissance de la performance de l'estimateur choisi.

La stratégie *sans* séquence d'apprentissage correspond à la stratégie de codage séparé décrite dans la section précédente. Dans ce cas, le décodeur ne connaît pas θ , ce qui induit une difficulté supplémentaire lors du décodage qui doit être prise en compte. Lors de l'évaluation du coût, on ajoutera donc un terme $\alpha(\theta)$ représentant cette difficulté. Par exemple, si le décodeur doit à la fois reconstruire la source et estimer θ , comme proposé dans [10], le coût supplémentaire correspond à un temps de décodage plus grand, et $\alpha(\theta)$ est proportionnel à un temps.

On note $m_1(\theta)$ et $m_{wl}(\theta)$ les coûts moyens par symbole correspondant à chaque stratégie pour un θ donné, et on a

$$m_1(\theta) = \mu_2 H(X) + \mu_3 \left(\frac{u_N}{N} H(Y|\theta) + \frac{N - u_N}{N} \sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(Y|X, \theta) \right) \quad (9)$$

$$m_{wl}(\theta) = \mu_2 H(X) + \mu_3 \sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(Y|X, \theta) + \alpha(\theta). \quad (10)$$

Lorsque $N \rightarrow \infty$, d'après les conditions sur u_N , $m_1(\theta)$ tend vers $m_{wl}(\theta) - \alpha(\theta)$, ce qui implique que la solution avec séquence d'apprentissage est toujours la meilleure.

A longueur finie, soit $\Delta(u_N, \theta)$ la perte en débit de la solution avec séquence d'apprentissage en fonction de u_N et de θ

$$\begin{aligned} \Delta(u_N, \theta) &= \frac{m_1 - m_{wl}}{\mu_3} \quad (11) \\ &= \frac{u_N}{N} (H(Y|\theta) - \sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(Y|X, \theta)) - \frac{\alpha(\theta)}{\mu_3}. \end{aligned}$$

On suppose que l'estimée de θ est obtenue avec un estimateur au sens du maximum de vraisemblance pour lequel la variance de l'erreur d'estimation est inférieure à K/u_N , où K est le nombre de paramètres à estimer [7, Chap. 7]. Pour une contrainte de qualité d'estimation $K/u_N \leq \varepsilon_N$ fixée, on a alors

$$\Delta(u_N, \theta) \geq \frac{\varepsilon_N}{KN} \left(\sup_{\theta \in \mathcal{P}_\theta} H(Y|X, \theta) - H(Y|\theta) \right) - \frac{\alpha(\theta)}{\mu_3}. \quad (12)$$

Pour finir, on peut expérimentalement déterminer la valeur de ε_N qui garantit un décodage correct, et obtenir $\Delta(u_N, \theta)$ à partir de cette valeur. Comme dans la partie précédente, on peut alors exprimer la mesure de l'ensemble des θ pour lesquels $\Delta(u_N, \theta) \geq 0$ et choisir une stratégie en conséquence.

Références

- [1] R. Cristescu, B. Beferull-Lozano, and M. Vetterli. Networked Slepian-Wolf : theory, algorithms, and scaling laws. *IEEE Trans. on Inf. Th.*, 51(12) :4057–4073, Dec 2005.
- [2] R. Cristescu, B. Beferull-Lozano, M. Vetterli, and R. Wattenhofer. Network correlated data gathering with explicit communication : NP-completeness and algorithms. *IEEE/ACM Trans. on Netw.*, 14(1) :41–54, 2006.
- [3] L. Cui, S. Wang, S. Cheng, and M. Yeary. Adaptive binary Slepian-Wolf decoding using particle based belief propagation. *IEEE Trans. on Comm.*, 59(9) :2337–2342, 2011.
- [4] E. Dupraz, A. Roumy, and M. Kieffer. Source coding with side information at the decoder : models with uncertainty, performance bounds, and practical coding schemes. In *Proc of Int. Symp. on Inf. Th. and its App. 2012*.
- [5] E. Dupraz, A. Roumy, and M. Kieffer. Coding strategies for source coding with side information and uncertain knowledge of the correlation. *Submitted to IEEE Trans. on Inf. Th.*, 2013.
- [6] T.S. Han. An information-spectrum approach to source coding theorems with a fidelity criterion. *IEEE Trans. on Inf. Th.*, 43(4) :1145–1164, 1997.
- [7] S.M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation theory*. Prentice Hall PTR, 1993.
- [8] A. Ramamoorthy, K. Jain, P.A. Chou, and M. Effros. Separating distributed source coding from network coding. *IEEE Trans. on Inf. Th.*, 52(6) :2785–2795, 2006.
- [9] D. Slepian and J. Wolf. Noiseless coding of correlated information sources. *IEEE Trans. on Inf. Th.*, 19(4) :471–480, July 1973.
- [10] V. Toto-Zarasoia, A. Roumy, and C. Guillemot. Maximum Likelihood BSC Parameter Estimation for the Slepian-Wolf Problem. *IEEE Communications Letters*, 15(2), Feb 2011.
- [11] K. Viswanatha, E. Akyol, and K. Rose. Towards optimum cost in multi-hop networks with arbitrary network demands. In *Proc. of the Int. Symp. on Inf. Th.*, pages 1833–1837, 2010.
- [12] Z. Xiong, A.D. Liveris, and S. Cheng. Distributed source coding for sensor networks. *IEEE Sig. Proc. Mag.*, 21(5) :80–94, Sep 2004.